MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ŞI INOVĂRII
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN TIMIŞ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 14.02.2009

<u>SUBIECTE - clasa a VII-a:</u>

I. a) Numerele $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2009} \in \mathbf{N}$ şi sunt direct proporționale respectiv cu numerele 1, 2, 3, …,2009, iar $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2009} = 2010^2$. Aflați numerele $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2009}$.

b) Să se rezolve ecuația $1 + \dfrac{1}{1+2} + \dfrac{1}{1+2+3} + \dots + \dfrac{1}{1+2+\dots+x} = \dfrac{200}{101}$.

II. a) Fie a, b, c, d $\in \mathbf{Q}_+$. Să se arate că dacă $c\sqrt{a} + d\sqrt{b} \in Q_+$, atunci $\sqrt{a}$ şi $\sqrt{b} \in \mathbf{Q}$.

b) Demonstrați inegalitatea $\sqrt{\dfrac{a}{b+c}} + \sqrt{\dfrac{b}{a+c}} + \sqrt{\dfrac{c}{a+b}} \ge 2$ pentru a, b, c $\in \mathbf{Q}_+$.

III. Fie ABCD un patrulater convex în care bisectoarea [AF a unghiului A, cu $F \in (CD)$, este paralelă cu BC. Notăm cu E punctul de intersecție al dreptelor AF şi DB. Demonstrați că dacă $BC^2 = CD \cdot EF$, atunci are loc relația $\dfrac{CD}{BC} - \dfrac{AB}{AD} = 1$.

IV. Fie ΔABC cu AB = AC şi $D \in (BC)$, dacă $DE \perp AC$, $E \in AC$ şi $EF \perp AB$, $F \in AB$. Să se arate că:
$AB \cdot CD \cdot EF = BC \cdot DE \cdot AE$.

Probleme selectate de prof.Adriana Roman şi prof. Vasile Roman,
Şcoala cu cls. I-VIII nr. 7 „Sf. Maria” Timişoara

succes!

Notă :
1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de trei ore.
3. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10 puncte.